FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

**GESTAO DE RISCO CREDITO E A GESTAO DOS FUNDOS DE CREDITO PRIVADO**

**Leonardo Barros Brito de Pinho**

EESP/FGV

**RESUMO**

O mercado de Crédito Privado no Brasil vem alcançando um crescimento relevante, e dada a importância deste, para investidores e empresas, tem sido tema de contínuo estudo para a melhoria do mercado de capitais brasileiro. Os títulos corporativos vêm se tornando um instrumento de captação cada vez mais importante, para empresas não financeiras no mercado brasileiro e uma alternativa às elevadas taxas de juros cobradas pelos bancos comerciais em uma operação de financiamento. Para os investidores, um aspecto-chave para o desenvolvimento dessa indústria, é o crescimento do mercado secundário deste instrumento, que implica no correto tratamento do risco de crédito, que ocorre quando o emissor não cumpre suas obrigações contratuais. Nesse sentido, este trabalho propõe uma revisão sobre metodologias de risco de credito de títulos corporativos que testaram modelos que determinam a magnitude deste risco, para uma carteira de empresas emissoras brasileiras. Bem como, esses trabalhos revisados e apresentados aqui, inseriram um modelo de otimização de carteiras sugerido por Godoi (2008), o que está em linha com a filosofia de investimentos de muitos gestores de investimentos que negociam esse tipo de ativo em suas carteiras. Para revisar sobre modelos de risco de crédito, foi apresentado o trabalho de Silva (2015) que usou um modelo livre de arbitragem que extrai a Perda Esperada Neutra ao Risco Implícita nos preços de mercado – e que representa uma forma reduzida do modelo proposto por Duffie and Singleton (1999) e assim Silva (2015) modela a estrutura a termo das taxas de juros através de uma Função Constante por Partes. A abordagem utilizada para a otimização de carteiras de títulos corporativos foi revisada do trabalho de Godoi (2008) e ele se baseia no Modelo de Merton (1974) para bônus corporativos, que utiliza as fórmulas de Black-Scholes para o cálculo do preço de opções. Nesse sentido, apresenta-se a conclusão de Godoi (2008) que adotando um modelo simples e de baixo custo computacional, foi alcançado em sua analise uma medida de risco mais conservadora do que a obtida com o tradicional modelo VaR (value at risk).

**Palavras-chave:** Risco de Credito, Perda Esperada Neutra ao Risco Implícito, Probabilidade de Default, Perda Máxima, Títulos Corporativos.

**ABSTRACT**

The Private Credit market in Brazil has achieved a significant growth, and given the importance of this to investors and companies, has been the subject of ongoing study for the improvement of the Brazilian capital market. Corporate bonds have become an abstraction tool increasingly important for non-financial companies in the Brazilian market and an alternative to the high interest rates charged by commercial banks on a financing operation. For investors, a key aspect for the development of this industry is the growth of the secondary market of this instrument, which implies the correct treatment of credit risk, which occurs when the issuer does not meet its contractual obligations. In this sense, this paper proposes a review of credit risk methodologies of corporate bonds that tested models that determine the magnitude of this risk to a portfolio of Brazilian issuers. As well, these revised papers presented here, inserted a portfolio optimization model suggested by Godoi (2008), which is in line with the investment philosophy of many investment managers who negotiate this type of asset in their portfolios. To review on credit risk models, the work of Silva was presented (2015) who used an arbitrage-free model that draws Expected Loss Neutral to Implicit Risk in market prices - and that is a reduced form of the model proposed by Duffie and Singleton (1999) and so Silva (2015) models the term structure of interest rates through a constant function by Parties. The approach used for the optimization of corporate bonds portfolio was revised Godoi work (2008) and it is based on the Merton model (1974) for corporate bonds, using the Black-Scholes formula for calculating the option price . In this sense, we present the conclusion Godoi (2008) by adopting a simple and low computational cost model, was reached in his analysis a more conservative risk measure than that obtained with traditional VaR (value at risk).

**Key-Words**: Credit Risk, Expected Loss Neutral to Implicit Risk, Default Probability, Maximum Loss, Corporate Bonds

**INTRODUÇÃO**

Em todo o mundo, o mercado de títulos tem sido amplamente utilizado como provedor de financiamento de longo prazo para as despesas públicas e privadas. Quando falamos sobre apenas a dívida empresarial, é responsável por quase 20% do mercado de títulos em circulação EUA e tem uma média diária volume de 20 bilhões dólares. Por outro lado, no Brasil, o mercado local de títulos corporativos é muito menor, com um volume médio de negociação de R$ 0,2 bilhões, mas tem crescido desde 2007. Em 2014, o volume total do mercado secundário brasileiro foi cerca de R$ 45 bilhões. É razoável supor que o aumento do volume de negociação é devido a um número crescente de empresas que emitem nova dívida no mercado público; bem como os participantes do mercado estão dispostos a assumir esse tipo de risco. Para os participantes do mercado que incluem: gestores de carteira, investidores institucionais, instituições financeiras e investidores privados. Apesar do fato de que a maioria dos investidores institucionais não negociam no mercado secundário, talvez por falta de vontade ou uma oportunidade, há uma demanda de os outros participantes para ver mais negócios no mercado secundário.

Segundo Godoi ( 2008 ) o risco de crédito pode ser definido como o risco ao qual a instituição credora está exposta caso alguma de suas contrapartes venha a falhar no cumprimento de suas obrigações contratuais de crédito. Apesar da dimensão que esse tipo de risco representa para as instituições financeiras e gestores de investimentos, apenas recentemente novas técnicas e ideias surgiram de maneira a contribuir de forma relevante para o desenvolvimento do tema.

Neste contexto, o uso e a introdução de novas ferramentas para monitorar o risco de crédito é fundamental para apoiar a precificação de títulos, melhorar a sua análise das novas emissões de dívida ou até mesmo encontrar e explorar, "distorções" em diferentes emissões de um mesmo emitente. Uma maneira de abordar esta questão foi usada por Silva (2015) é um modelo que poderia traduzir títulos preços em uma nova medida que iria servir como uma alternativa para analisar a capacidade do emitente de reembolso através de instrumentos diferentes. O objetivo principal foi decidir qual deles é a melhor escolha, e assim se estaríamos dispostos a assumir o risco de crédito da empresa.

Do lado dos investidores, o trabalho tenta contribuir na revisão das pesquisas na área de modelagem de crédito, por isso este trabalho apresenta um método descrito por Godoi (2008) que visa a determinação do risco para tomadores de títulos corporativos, onde foi usado uma abordagem mais voltada para o mercado ou para o efeito das variações de preços causadas por eventos de crédito sobre o retorno da carteira. Nessa metodologia descrita pelo citado foi assumido que os preços e a dinâmica do mercado antecipam riscos, turbulências e dificuldades que possam ocorrer no futuro da firma emissora de um título. Inclusive nesse trabalho proposto por Godoi (2008) que a abordagem de mercado é viável para o problema tratado, já que o risco foi calculado para uma carteira composta por títulos corporativos.

Seguindo a metodologia apresentada por Silva (2015) e Godoi (2008), os fatores de risco - os valores de mercado dos ativos das emissoras das debêntures, foram obtidos a partir do Modelo de Merton (1974) para o apreçamento de títulos corporativos. Bem como, foi utilizado o modelo de forma reduzida como proposto por Duffie e Singleton (1999) para obter a "taxa média de perda de risco neutro" implícita, HtLt, que agrava a taxa de risco da empresa Ht (sua probabilidade implícita de default) e sua perda fracional Lt, no caso de default por parte da empresa. Usando esta medida, vamos Silva ( 2015) analisou a dívida através de títulos, debêntures e swaps de crédito, à procura de distorções que poderia fazer detentores de dívida mais inclinados a negociar estes títulos no mercado secundário.

Godoi (2008) introduziu para o cálculo do risco do *portfólio*, a abordagem denominada *Perda Máxima* (*PM*)*.* Neste caso, o trabalho dele não se assumiu nenhuma distribuição de probabilidades do retorno do *portfólio* e resolveu um problema de minimização da função retorno (*P&L*) da carteira. A interessante constatação do trabalho do mesmo sobre a utilização do método (PM) foi a obtenção de uma medida de risco mais conservadora do que a obtida caso usássemos o conceito de (VaR). O principal objetivo do trabalho de Godoi foi obter uma medida quantitativa de risco agregado a partir da função (PM), mas não foi o único. Para eles, como a determinação de (PM) é um problema de minimização de risco por média-variância, foi preciso apresentar a otimização do *portfólio* a partir de uma composição que corresponda à fronteira eficiente.

Outro fato encontrado na literatura citada e que avaliamos como um ponto positivo no estudo das metodologias desenvolvidas por Godoi e Silva, foi a utilização de um modelo de risco alternativo, que segundo seus trabalhos demostra que supera a limitação imposta pelo alto custo computacional gerado na implementação de simulações de Monte Carlo, necessária caso fosse tratado o problema segundo uma abordagem tradicional de *Value at Risk* (*VaR*), uma vez que eles afirmam que a distribuição de probabilidades do retorno do *portfólio* de crédito apresenta assimetria e caudas grossas.

Este artigo está organizado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta a revisão da literatura. Na seção 3, será exposto a base teórica pesquisada para este trabalho, com uma descrição dos modelos de Merton (1974), modelo reduzido proposto por Duffie e Singleton e de Perda Máxima (*PM*) extraídos dos trabalhos de Godoi (2008) e Silva (2015). Já na seção 4, são apresentadas as conclusões.

**ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DO MERCADO BRASILEIRO DE CRÉDITO**

A fim de dar um panorama geral do mercado de crédito brasileiro são apresentadas estatísticas descritivas. Todos os dados foram coletados da ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais).

O histograma abaixo, tal como o quadro de estatísticas descritivas, foram criados a partir do volume das emissões registradas:

Podemos observar que a maior parte das emissões registradas estão abaixo de 100 milhões de rais. Ainda que a média esteja em torno de meio bilhão isto ocorre por algumas emissões muito maiores, como por exemplo a emissão de 68 bilhões de reais da DIBENS LEASING S/A ARRENDAMENTO MERCANTIL. Estes volumes podem ser considerados ainda baixos comparados a economias mais desenvolvidas.

Porém apenas uma parcela restritra das emissões possuem rating de agência. A partir das observações que possuem rating e da amostra completa, criamos o seguinte quadro comparativo:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *Volume das Emissões c/ Rating* | |  | *Volume das Emissões* | |
|  |  |  |  |  |
| Mean | R$ 684,806,201.63 |  | Mean | R$ 480,467,643.08 |
| Standard Error | R$ 155,731,435.75 |  | Standard Error | R$ 65,593,520.10 |
| Median | R$ 300,000,000.00 |  | Median | R$ 150,000,000.00 |
| Mode | R$ 250,000,000.00 |  | Mode | R$ 100,000,000.00 |
| Standard Deviation | R$ 1,021,199,316.23 |  | Standard Deviation | R$ 2,339,400,043.94 |
| Sample Variance | 1.04E+18 |  | Sample Variance | 5.47E+18 |
| Kurtosis | R$ 17.31 |  | Kurtosis | R$ 592.14 |
| Skewness | R$ 3.72 |  | Skewness | R$ 21.75 |
| Range | R$ 5,833,333,334.00 |  | Range | R$ 68,936,000,000.00 |
| Minimum | R$ 166,666,666.00 |  | Minimum | R$ - |
| Maximum | R$ 6,000,000,000.00 |  | Maximum | R$ 68,936,000,000.00 |
| Sum | R$ 29,446,666,670.00 |  | Sum | R$ 611,154,841,992.10 |
| Count | R$ 43.00 |  | Count | R$ 1,272.00 |

Podemos observar que as emissões que possuem rating parecem ser mais concentradas em valores superiores a meio bi. A média não é tão diferente por conta dos outliers da amostra completa, porém observando o skewness, o desvio padrão e a mediana dos volumes das emissões que possuem rating, podemos observar que sua distribuição é mais simétrica, a mediana é bastante superior, e varia menos (possivelmente devido à ausência de outliers).

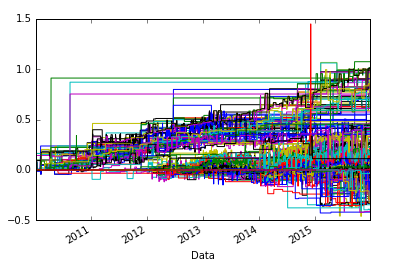
Vale notar que o valor mínimo das emissões com rating é superior a mediana da amostra completa.

Todos estes fatos evidencíam de alguma forma que normalmente emissões "pequenas" não possuem rating, e que no brasil a maioria das emissões é pequena.

Ainda, a fim de analisar a evolução histórica das emissões no brasil, construímos o gráfico de volume abaixo:

A série mensal nos mostra que as emissões tem ganhado volume e consistência nos últimos anos, apesar de parecer que sofreram com a recente crise brasileira.

Para termos uma noção agregada da evolução dos preços dos títulos plotamos os preços de toda amostra em um mesmo gráfico:



Encontramos algums dificuldades em trabalhar com os preços praticados no mercado secundário, principalmente pela baixa frequência destes. Para termos uma idéia da evolução histórica dos preços fizemos uma interpolação linear das séries de preço das 459 debêntures da amostra.Além disto como o PU dos papéis têm diferentes ordens de grandeza, nós tivemos que montar um índice para cada papel, para serem comparáveis.

Não é surpreendente ver que a maioria apresenta uma evolução positiva, que é esperado pelo efeito "roll-down" dos juros, mas que existe uma porção que apresentou resultados negativos.

Por último, para ver como se comportar preços de títulos do mesmo emissor separamos algumas emissões da vale com os preços normalizados e interpolados para verificar a dispersão destas. Podemos observar que em algumas situações a discrepância entre os preços é bastante significativa. Isto pode acontecer devido à diferenças de liquidez, de maturidade e de garantias da emissão. Mas no geral, como o risco de crédito em questão é o mesmo, esperamos que a trajetória de preços seja parecida.

**REVISÃO DA LITERATURA**

O modelo estrutural de Merton (1974) é definido por Silva (2015) como o primeiro trabalho que introduz a probabilidade de default, e na qual se propõe que o valor de um título corporativo é uma função de três fatores: taxa de juros livre de risco *rt*; as especificações da escritura de emissão de títulos corporativos (como data de vencimento, taxa do cupom, senioridade, etc.); e a probabilidade de default - quando a empresa é incapaz de satisfazer algumas (ou todas) compromissos do título. O trabalho estima que com base no balanço da empresa, comparando a volatilidade dos ativos da empresa para suas dívidas para estimar o risco de inadimplência. O modelo utiliza *risky discount bond*s para inferir uma estrutura de risco das taxas de juro e analisar recompras ​​e de taxas de cupom. Para ele mesmo que os modelos estruturais sejam economicamente intuitivos, a periodicidade dos balanços, que contêm informações sobre o ativo ou sua estrutura de passivos, resulta em um conjunto de informação imperfeita. Além disso, em casos de fraude, os balanços podem não refletir a situação económica real da empresa. Por isso, é entendido pelos mesmos que estas limitações práticas poderia fazer um modelo estrutural se tornar um modelo de forma reduzida, como mostrado na Duffie e Lando (2001).

Este e outros tipos de modelos estruturais estão fora do escopo deste trabalho.  O modelo de forma reduzida de Litterman e Iben (1991) define que um título corporativo de credito depende de três componentes: a estrutura a termo das taxas de juros dos títulos públicos, valores de opção embutido (em títulos resgatáveis) e o risco de crédito. Eles enfrentam a habitual forma de uma constante spread de crédito sobre a curva Tesouro (Spread over Treasury), argumentando que ela deve contabilizar (e aumentar com) com o vencimento do título. Seu trabalho usa títulos padronizáveis ​​em um modelo discreto de tempo com recuperação zero, propondo que a taxa de juro de risco poderá ser representada por uma taxa de curto prazo ajustado. Seu resultado importante é que o “*corporate spread* *over treasury”* são geralmente inclinados para cima, indicando que o mercado exige um maior prémio de risco para transportar títulos de longo prazo - portanto, implicando uma probabilidade cada vez maior de padrão. Este resultado faz uma diferença significativa quando os preços da opção embutida titulos com recompra.

Duffie e Singleton (1999) apresentam o tipo de modelo de forma reduzida e este tipo utilizado no presente trabalho. Eles assumem um ambiente livre de arbitragem para propor um modelo discreto de tempo para títulos padronizáveis ​​que extraem a "taxa de perda média neutra ao risco", HtLt. O título de credito é descontado a uma taxa “adjusted short rate” que representa probabilidade de default e a uma perda fracionada no default. Há um importante pressuposto que o processo é hL exógeno. Sua forma de estimar o valor de recuperação do bond é olhar para a "valor de recuperação de mercado" (RMV) como uma fração (1-Lt) do contingente do valor de mercado após o evento de inadimplência, como se o evento não ocorreu. Eles mostraram que não é possível identificar separadamente Ht e Lt dos preços das obrigações de empresas. Uma limitação dos modelos que utilizam uma taxa ajustada de curto prazo é que eles não podem lidar com saltos em taxa de juros. A maioria dos trabalhos sobre as taxas de risco para a dívida brasileira é com base neste modelo, incluindo este.

A fórmula geral de Collin-Dufresne, Goldstein e Hugonnier (2004) é um modelo de tempo contínuo aplicável mesmo quando a condição “*no-jump*” é violada. Em contraste com os modelos de forma reduzida anteriores, este modelo permite que a taxa de juros livre de risco é afetada por eventos de default. Eles investigam os preços dos títulos padronizáveis ​​em três cenários diferentes: *flight to quality*, o risco de contraparte e o risco sistemática do “*jump*”.  Eles definem a medida de probabilidade *P´* que é diferente da probabilidade neutra ao risco *Q*. Representando o risco de contraparte, eles também foram capazes de avaliar obrigação de dívida colateralizada (CDO).

Meres e Almeida (2008) aplicaram uma versão modificada do Duffie e Singleton (1999) para estimar probabilidades de default nos títulos públicos brasileiros. Eles modelaram o  taxas de risco como uma função constante *piece-wise* de tempo t com três partes (de curto prazo, a médio prazo e longo prazo) e comparam o seu modelo com os preços de mercado, utilizando Raiz do Erro Médio Quadrático (RMSE) e datas diferentes: 10 de agosto de 2001; 27 de setembro de  2002 e 19 de novembro de 2004; Eles também usaram para fixar o preço "*out-of-sample*" *bonds* e os resultados são importantes para mostrar a capacidade do seu modelo na precificação de títulos recém-emitidos,  assim eles precificaram um título público brasileiro “*out-of-place”* com um erro cinco vezes menor  do que uma interpolação linear simples. Sua abordagem *piece-wise* para estimar títulos públicos brasileiros estrutura a termo das taxas de juro é uma fórmula fechada, é um modelo livre de arbitragem, como em Sharef e Filipovic (2004), uma característica que não é comum na maioria dos modelos paramétricos de estrutura a termo. Embora eles afirmam que as estruturas a termo de taxas de juros possuem seus movimentos orientados principalmente por três fatores: backup sua escolha de usar apenas três peças na função constante *piece-wise*, ele impede que o modelo se alinhe perfeitamente com os preços de mercado. Além disso, eles usaram um fraccionada fixa L=0,5.

De um modo semelhante, Caratori (2008) utilizaram a mesma constante de três partes *piece-wise framework* do Meres e Almeida (2008) e propôs uma versão linear modificada do mesmo modelo para estimar as taxas de risco dos swaps de credito brasileiros (CDS). Eles usam os preços dos CDS e estimaram as taxas de risco em duas datas diferentes: 31 de maio de 2007 e 11 de fevereiro de 2008. As três partes do modelo linear *piece-wise* proposto em sua obra mostrou RMSE inferior ao modelo constante. Como resultado, a estrutura a termo das taxas de juros torna-se uma curva suave, uma função que tem derivados em todo o seu domínio.  As limitações deste trabalho são os mesmos da anterior: perda fracional fixados em L = 0,5 e apenas três partes na composição das funções taxas de risco.

Mais recentemente, Fernandez (2014) estimaram taxas de risco de debêntures brasileiras agrupadas por seu rating de crédito. O caminho escolhido foi modelar a estrutura a termo de taxas de juros como o modelo paramétrico proposto por Diebold e Li (2006), uma versão modificada do Nelson e Siegel (1987), e usou o mesmo modelo de tempo discreto para títulos padronizáveis ​​em Duffie e Singleton (1999) para estimar as taxas de risco para uma perda fraccionada fixo L=0,8. Para estudar as consequências nas taxas de risco durante um ciclo de política monetária frouxa iniciado pelo Banco Central do Brasil, ele extraiu as taxas de risco para três datas diferentes: 29 de fevereiro, de 2012; 31 de agosto de 2012 e 28 de fevereiro de 2013. Durante este tempo, as taxas de risco implícito reduziram significantemente. Ele argumenta que as taxas de juros mais baixas reduzem o risco de default das empresas, porque eles são capazes de emitir mais dívida a um custo menor. Desde que ele usou um modelo paramétrico para a estrutura a termo das taxas de juro, o modelo não está livre de arbitragem, e, portanto, a estrutura a termo não reflete todos os preços de mercado nessa época. Por isso seria uma limitação, se você quisesse extrair taxas de risco como a informação para a negociação destas debêntures, como você pode ver oportunidades de arbitragem onde eles não existem de fato.

Em seu modelo, Duffie e Singleton (1999) assumem que a segurança “no-jump” no momento do default, mesmo que ele pudesse ter "surpresa" salta ao longo de sua vida antes do default, que é uma limitação que não se sustenta por todas as reclamações padronizáveis. Collin-Dufresne, Goldstein e Hugonnier (2004) tentaram contornar essa restrição e mostrou que a seu modelo funciona bem em cenários em que essa condição falha. Apesar disso, nós escolhemos para fazer este trabalho com base no tempo discreto proposto por Duffie e Singleton (1999) porque queríamos uma compreensão mais profunda de como ele foi aplicado em estudos anteriores em títulos corporativos.

**ESTATISTISTAS DESCRITIVAS DO MERCADO DE CREDITO PRIVADO – CASO DE DEBENTURES**

A base de dados que analisamos foi das emissões de debentures brasileiras no período de 1998 à 2016

Pela série mensal podemos observar que as emissões têm ganhado volume e consistência nos últimos anos. Apesar de parecer que sofreram com a recente crise brasileira.

Podemos observar que a maior parte das emissões registradas estão abaixo de 100 milhões de rais. Ainda que a média esteja em torno de meio bilhão isto ocorre por algumas emissões muito maiores. Como a máxima de 68 bi da DIBENS LEASING S/A ARRENDAMENTO MERCANTIL. Estes volumes podem ser considerados ainda baixos comparados a economias mais desenvolvidas.

|  |  |
| --- | --- |
| *Volume* | |
|  |  |
| Mean | R$ 480.467.643,08 |
| Standard Error | R$ 65.593.520,10 |
| Median | R$ 150.000.000,00 |
| Mode | R$ 100.000.000,00 |
| Standard Deviation | R$ 2.339.400.043,94 |
| Sample Variance | 5,47E+18 |
| Kurtosis | R$ 592,14 |
| Skewness | R$ 21,75 |
| Range | R$ 68.936.000.000,00 |
| Minimum | R$ - |
| Maximum | R$ 68.936.000.000,00 |
| Sum | R$ 611.154.841.992,10 |
| Count | R$ 1.272,00 |

**OS MODELOS: PERDA MAXIMA, MERTON ESTENDIDO E DUFFIE & SINGLETON REDUZIDO**

Um dos objetivos deste artigo que é revisar os trabalhos de Godoi (2008) que testa de uma metodologia alternativa ao já amplamente conhecido método *Value at Risk (VaR)* para a mensuração do risco de uma carteira de debêntures. Em outras palavras, o trabalho realizado por Godoi, Yoshino e Oliveira (2008) agregou o risco de crédito do *portfólio* de teste a partir da minimização da função Retorno, ou determinação da função Perda Máxima (PM), a qual foi descrita a seguir. Também foi mencionado que em seu artigo, Studer, (1995) utiliza este método para calcular o risco de *portfolios* compostos por ativos não-lineares e comprovou seu maior conservadorismo com relação à metodologia VaR.

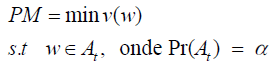
O conceito dado por Godoi (2008) para definir a Perda Máxima é “como a rentabilidade mínima que a carteira de debêntures pode atingir no horizonte de tempo de um ano, dado um nível de confiança”. Ele explica que em termos do valor da carteira de debêntures, pode-se defini-la como a pior perda financeira que a carteira pode sofrer em termos relativos nesse período. E nesse sentido e de maneira mais formal, a função “perda máxima” (PM) pode ser definida como a máxima perda:

i) Tal que os fatores de risco permaneçam confinados em uma região de confiança

(*At*)*, Pr( w | w* ∈ *At) =* α*,* onde (α ) é o nível de confiança.

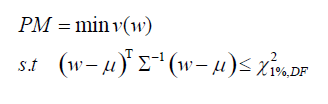
ii) Para um horizonte de tempo ( *t*).

Podemos resumir essa definição com a equação:



(1)

Onde (*v*(*w*)) é a função P&L ( *profit and loss*) e (*w*) é o fator de risco. Escolhendo uma região de confiança (At) adequada, Godoi reescreveu o problema de minimização acima como:



(2)

Outro resultado demonstrado pelo mesmo autor do artigo citado é o fato de que a medida de risco (PM) será sempre mais conservadora do que o (VaR). Assim, com a troca do (VaR) por (PM) no trabalho, na avaliação dele foi alcançado uma medida mais conservadora de risco, além de evitar o custo computacional da realização de simulações de Monte Carlo em seu trabalho.

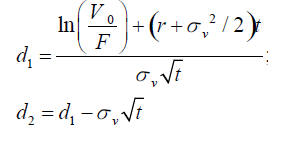
Também é descrito outro modelo que serve de base para o desenvolvimento da metodologia de Godoi que é o de Merton (1974) para risco de crédito, que suporta uma amplo gama de trabalhos no sentido do desenvolvimento do tema de apreçamento de títulos corporativos. Em seu trabalho, Merton propôs uma metodologia que se baseia na análise da capacidade de pagamento da empresa emissora do título privado. O modelo simplifica a estrutura do balanço da empresa emissora da debênture como se o seu passivo fosse composto apenas da dívida (debênture) a ser apreçada. Assim, na data de vencimento do passivo, a empresa terá capacidade de honrar seu compromisso se possuir ativos suficientes (*V*) para pagar a dívida (*F*). Para o detentor da debênture, é importante que *F* seja maior que *V* no vencimento para que ele receba o valor que emprestou no início da operação. Caso isso ocorra, seu *payoff* será de *F* (valor de face da dívida). Caso não ocorra, seu *payoff*será equivalente à magnitude dos ativos restantes da empresa. Podemos expressar esse *payoff* no vencimento como:

*PayoffT* *= F - E{Max[0, F-V]}* (3)

Analisando a função *payoff* (3), Merton concluiu que ser o detentor da dívida é equivalente a vender uma opção de venda (put) no valor dos ativos do tomador, e o preço de exercício da opção equivale ao valor de face do empréstimo. Esse raciocínio considera que se o valor de mercado dos ativos da empresa (*V*) no vencimento for menor do que o passivo da empresa (*F*), representado pelo valor de face do empréstimo, a empresa devedora entra em *default.* Nesse sentido foi utilizando nesse trabalho ( Godoi, 2008 ) o modelo de Black-Scholes para o apreçamento de opções europeias, chega-se ao resultado proposto por Merton, resumido pela equação a seguir:

*P*(0, *T*) = *V N*( −*d* ) + *Fe*−*rT* *N*(*d* ) (4)

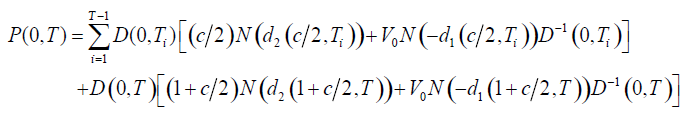
onde:



(*r*) é a taxa livre de risco, (σ *v*) é a volatilidade do ativo, *N(.)* é a função normal padrão acumulada e *T* é o prazo da operação.

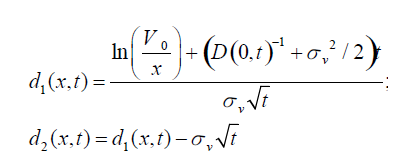
Foi observado pelos autores citados que uma importante limitação deste modelo sendo revisado aqui, é que ele só pode ser aplicado em títulos do tipo “zero-cupom”. Como a carteira a ser testada por Godoi e Silva (2008 e 2015) foi composta por debêntures, eles incluíram um modelo que contemplasse a presença dos pagamentos de juros periódicos que fazem parte da estrutura das debêntures. Para isso, eles usaram uma extensão do modelo de Merton (1974), testado por Eom, Helwege e Huang (2003). Nesta ultima versão dos modelos descrita em seus trabalhos, o título que possui pagamento de juros intermediários é considerado um *portfolio* de títulos zero-cupom, e cada um deles é apreçado pela versão clássica do Modelo de Merton (1974). O somatório dos fluxos resulta em uma fórmula que será descrita a seguir.

Uma debênture, sujeita a risco de crédito do emissor, com prazo de vencimento (*T*), com valor de face unitária e que paga um cupom semianual a uma taxa anual igual a (*c*). Sejam *(Ti); i = 1,..., T* ; as datas de pagamento de cupom. No modelo de Eom, Helwege e Huang (2003) (Merton estendido), o preço de um título sujeito a *default* pode ser escrito como:



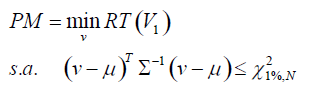
(6)

onde *(D(0, Ti))* denota o valor presente de um bônus “zero-cupom” com vencimento em *(Ti), N(.)* representa a função normal padrão acumulada e



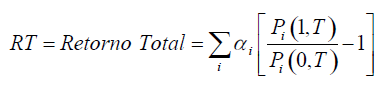
(7)

Onde (σV) é a volatilidade dos ativos da empresa. Essa foi a equação usada por Godoi (2008) para o apreçamento das debêntures que posteriormente foi utilizada para demonstrar problema de otimização tratado por eles.  Para o cálculo do risco:

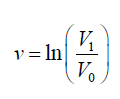


(8)

onde:

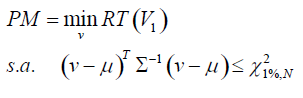


(9)



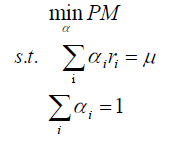
(10)

E onde *Pi(t,T)* são os preços de cada debênture (i) obtidos da equação (6) para *t = 0* e *t = 1*; (αi) é o peso de cada debênture (i)a carteira; (Σ) é a matriz de covariância; e *(*χ*2 1%,N)* é o quantil 1% da distribuição qui-quadrada com ( *N*) graus de liberdade. Godoi (2008) obteve a composição ótima da carteira a partir da resolução simultânea de dois problemas de otimização. O primeiro para o cálculo do risco:



(P1)

Onde (*v*) é o vetor de log-retornos dos ativos, (Σ) é a matriz de covariância, ( χ*2*1%*,N* ) é o quantil 1% da distribuição qui-quadrada com *(N*) graus de liberdade e *RT* é o retorno total da carteira, expresso pela equação (8). E o segundo para a minimização deste risco para um valor fixo de ( μ):



(P2)

onde (*ri*) são os retornos esperados de cada debênture para o horizonte de tempo de um ano e (μ) é o retorno esperado do *portfólio* para o mesmo prazo.

Outro modelo que foi mencionado na revisão desta literatura e que expomos para precificação do risco de default, foi proposto por Duffie e Singleton (1999) para uma configuração de tempo discreto e que fez parte da demonstração de taxa de juros implícitas de credito privado proposto por Silva (2015).

Considere um título contingente inadimplir que promete pagar *Xt*+*i* na sua data de vencimento t +i . Para qualquer hora? t, vamos ser:

• Hs a probabilidade condicional no momento está sob probabilidade neutra ao risco

medir Q de inadimplência entre s e s + 1 dada a informação disponível

às vezes.

• 's denotam a recuperação em unidades de conta, no nosso caso, USD ou BRL, em

caso de incumprimento pelo s.

• rs ser a taxa de curto prazo sem padrão.

Para garantir a ausência de arbitragem no mercado, Silva (2015) assumiu que preços com desconto de títulos padronizáveis são marginais sob o risco neutro medida Q. Assim, se o ativo não for para o default no momento t, pode-se escrever o preço justo de um ativo ligado no tempo t em função do seu preço no momento t + 1 composto por dois termos: um pagador o preço justo descontado no tempo t + 1 em caso de não-default; o outro a pagar valor de recuperação 't + 1 no caso de inadimplência acontecendo entre t e t + 1:



Olhando para a frente a ao longo da vida do título, Duffie e Singleton aplicaram um método recursivo para mostrar que Vt pode ser expresso como:



Foi observado no trabalho de Silva (2015) que uma vez que a avaliação da equação não é trivial, não é uma observação importante de ser feitas: em caso de default em tempo de s + 1, a esperada recuperação neutra ao risco de tempo de s pode ser simplificada para ser uma fração 1 - Ls de valor de mercado do título em tempo de s + 1, onde Ls é um processo adaptado delimitada por 1 que representa a perda fraccionada. por estes termos, a "Recuperação de Valor de Mercado" (RMV) é dada por:



e então a equação é simplificada para:



Na última equação, o valor presente da recompensa prometida Xt+τ é expressa como se fosse free-default, descontado pela taxa ajustada-default Rt. Se for tomado pequenos períodos de tempo e as taxas são anual, pode ser visto que Rt 'RT + HtLt. Neste caso, sob a suposição de que Ht e Lt é um processo exógeno, em vez de usar o habitual rt taxa de curto prazo, foi usada por Silva ( 2015 ) esta taxa ajustada-default Rt = rt + HtLt como a taxa de desconto de títulos.

Assim ele (Silva, 2015) conseguiu reduzir o problema para a taxa ajustada ao default, e o mesmo complementa explicando que Duffie e Singleton (1999) discutiu duas abordagens: uma é para parametrizar R diretamente ou parametrizar o processo componente r e HL. Dado que o objetivo principal do trabalho de Silva (2015) foi de extrair o hL de preços de mercado, foi usado uma segunda abordagem por ele. Foi parametrizado r com a curva de juros livre de default apropriado que é aplicável a esse mercado de títulos corporativos. Dado que hL é a taxa de perda média neutra ao risco do instrumento devido ao padrão, e para obrigações não podem ser chamadas não podem ser identificados separadamente, vamos utilizar os preços dos títulos anteriores a padrão para extrair hL, mesmo que não pôde identificar h e L de forma independente. Lá estão algumas maneiras de atacar este problema de Lt identificação, mas vamos tentar explorar a hL produto a partir de preços de mercado em situações distintas. O resultado será o neutro risco, o que significa a curva de taxa de perda que se encaixa os preços do mercado de títulos para essa empresa.

Embora Meres e Almeida (2008) propôs um modelo Piece-Wise constante para as taxas de risco com uma taxa de perda fracional constante, foi usado no trabalho desenvolvido por SILVA (2015) o mesmo modelo sem assumir um valor para o Lt. Por esta abordagem, para um emitente teremos que sua perda média neutra ao risco é dada por:



Onde π representa uma funcao e o taxa neutra ao risco de perdas médias H1L1, H2L2,. . . , HnLn são constantes. Meres e Almeida (2008) argumentam que esta função é um processo particular de taxa de risco e resulta em um modelo livre de arbitragem, de acordo com o Teorema 1 em Duffie e Singleton (1999). Em vez de usar de forma arbitrária, como N = 3 (representando a curto prazo, médio prazo e de longo prazo), foi proposto pelo autor a utilização de todos os dados de mercado disponível para um presente emitente se obter a N, o número de peças na equação anterior. Primeiro, considere uma empresa que tem emitido apenas uma emissão: a de zero-cupom com o tempo até o vencimento T1 e US $ 1,00 do valor de face.

Nesse sentido, Silva (2015) demonstra as estatísticas usando as equações abaixo, evidenciando que o que o preço do título deve ser dado por:



onde Pdefaultfree (t, t + T1) é o preço de um título *free-default* com a mesma maturidade T1, preço no tempo t. Considere que a mesma empresa emitiu mais uma emissão zero-cupom maturidade T2> T1, teremos:



Por fim, se uma empresa emitiu N emissões de zero-cupom com vencimentos T1 <T2 < · · · <TN, precificando o vínculo com maturidade TN resultará:



em que M é tal que tM <TN. Além disso, Silva (2015) expõe que a estrutura a termo das taxas de juro RT foi dada por:



Uma assunção que o trabalho de Silva (2015) leva em consideração para demonstrar seu modelo é a o pressuposto do modelo de Duffie e Singleton (1999) é que a segurança  
nao “despenca” quando há default, e que isso é entendido pelo mesmo como uma limitação. Outra questão importante levantando como assunção é que, após o default, a recuperação é a valor de mercado (RMV) do vínculo e não em valor de face (RFV). Eles mostraram que a escolha pelo tipo de “recuperação” envolveu trade-offs tanto conceitual e computacionais. E portanto, eles assumiram o RMV tem o benefício de ser um modelo mais fácil sem resultado numa perda de precisão para a nossa escolha de Rt.

Nesse sentido, o modelo apresentado por Silva (2015), para uma empresa com apenas um titulo (ou debêntures), o Risco-Neutro de perda medio, HtLt, é constante por toda a vida do *bond*.  E explica que foi usado na modelagem e estimativas os "preços de fechamento", que não conta para a compra / venda e que é o efeito de liquidez em cada matuirdade.

**CONCLUSOES**

O objetivo desse trabalho foi de revisar algumas literaturas que buscaram contribuir para no aperfeiçoamento dos métodos de precificação de risco de títulos corporativos; bem como, faz a conexão como os gestores de investimentos (fundos de investimentos, fundos de pensão, investidores qualificados, etc..) podem fazer uso desse métodos - de precificar risco de credito através de taxas implícitas e conectar com a metodologia de Perda Máxima, suportando assim, o processo de gestão da carteira de credito privado por esses gestores de investimentos.

Foram apresentados neste trabalho dois metodologias de pesquisadores (Godoi, 2008 e Silva, 2015) que demonstram em seu trabalhos a eficácia de seus modelos para o desafio da otimização e negociação de carteiras de títulos corporativos. Conjuntamente eles trazem uma contribuição para o cálculo do risco de crédito para um *portfolio* e para a obtenção da composição ótima da carteira, que minimiza o risco de crédito calculado anteriormente – e suas soluções. Outro ponto importante e que serviu de motivação para que esses trabalhos fossem desenvolvidos foi a busca de uma alternativa simples para o cálculo do risco de crédito agregado. Para isso, os autores citados adaptaram o modelo de Merton (1974) para o apreçamento de títulos corporativos e o método da otimização da perda máxima para a obtenção do risco.

Com base nos resultados obtidos por Godoi (2008), é possível concluir que a abordagem proposta é viável, objetiva, dado que não exige análises subjetivas das empresas envolvidas, e apresenta pouco custo computacional. No problema da alocação ótima do *portfolio*, por exemplo, Godoi (2008) evidenciou uma dupla otimização que, parece complicar o problema. Porém, a solução dada pelo mesmo se restringiu a um simples sistema 2 x 2, cujas variáveis são os multiplicadores de Lagrange.

Além disso, vimos que o método outra vantagem com relação ao (VaR), por ser mais conservadora. Concluímos, também, que o método é factível, uma vez que fornece valores de risco semelhantes aos fornecidos por uma metodologia alternativa.

O desejo para próximos trabalhos é a extensão e desenvolvimento dos modelos apresentados aqui para que possa ser aplicado para toda as classes de credito privado – posto que os autores aqui apresentados na revisão da literatura focaram em resolver os problemas apresentados no mercado de debentures. Por isso, outros conceitos poderiam ser adicionados aos modelos que eles defenderam a inserção e utilização da ideia de “*distance to default*” utilizada no KMV (Crosbie ; Bohn , 2005) para a determinação de probabilidades de *default*. Muito embora o próprio Godoi (2008) e Securato (2003) ressaltam que para uma implementação correta do modelo, seria necessária uma extensa base de dados com informações de empresas e de situações de *default*, base esta que é de difícil estruturação no mercado brasileiro.

Na lista de ações que podem ser de relevante contribuição para desenvolver outros modelos seguiremos na sugestões deixadas pelos autores revisados, como a realização de algum teste de aderência ou *backtest* do modelo para uma amostra de dados não contemplados em sua calibração, permitindo avaliar a qualidade dos modelos na previsão do risco de crédito.

A intenção de apresentar o modelo apresentado por Silva (2015 ) foi o de incrementar a a precificação dos títulos corporativos através da metodologia que o mesmo revisou útil para extrair taxas de curvas de juros implícitas neutra ao risco pelos preços de mercado secundário. E esse modelo citado é baseado em Duffie e Singleton (1999), usando uma função constante Piece-Wise com N partes, quando existe informação disponível, a estrutura a termo das taxas de juro implícita, como proposto por Meres e Almeida (2008). Utilizando este modelo, ele conseguiu uma análise de sensibilidade sobre a perda fraccionada Lt, variando dentro de um intervalo e ver as consequências nas taxas de juros do risco médio. Silva também sugere ações para melhorias continua do modelo como fazer uma estimativa da perda empírica fraccionada de acordo com o Lt do emissor, como é citado que Altman e Kishore (1996) fizeram para o mercado de títulos dos EUA.

Como mencionado na introdução nosso desejo nesse trabalho foi o de revisar e propor uma junção de modelos de autores aqui mencionados que possam apoiar em uma perspectiva de “trading, na criação de estratégias para gestão de carteiras de títulos de crédito. Nesse sentido o próprio Silva (2015) sugere que se fosse assumido uma perda fracionária Lt, e fosse executado um backtest com a carteira e avaliar se funcionaria melhor do que uma posição de buy-and-hold sobre os mesmos títulos.

Em suma, para a continuidade desse trabalho devemos incluir sobre quais as estratégias de sucesso entre os gestores de investimentos e quanto das metodologias aqui apresentadas eles usam – e a relação de sucesso em suas performances. Além disso, tem o aprofundamento dos métodos de gestão de risco – e apreçamento desses através dos modelos aqui apresentados, contudo com a inclusão das próprias sugestões de melhoria por eles sugeridas e citadas acima. Bem como, uma aplicação mais ampla do modelo de taxa implícita apresentado por Silva – que contribuiria ainda mais para o desenvolvimento do mercado secundário de credito privado, que é um vetor fundamental para uma a boa precificação e aumento dessa indústria. Enfim são algumas frentes de melhorias e aprofundamento das metodologias de gestão de risco e apreçamento dos títulos corporativos como driver de crescimento desse mercado de capitais no Brasil.

**BIBLIOGRAFIA**

Basle Committee on Banking Supervision . *Credit Risk Modeling:*

*Current Practices and Applications*. Basle, 1999.

Costa , O. L. V.; Assunção, H. G. V. *Análise de risco e retorno em investimentos*

*financeiros*. Editora Manole, 2004.

Credit Suisse First Boston International . *Credit Risk+ - A Credit*

*Risk Management Framework,* 1997*.*

Crosbie, P; Bohn, J. *Modeling default risk*. Moody’s KMV Company, 2005.

Eom, Y. H.; Helwege, J.; Huang , J. Structural models of corporate bond

pricing: an empirical analysis. *Review of Financial Studies,* 2003.

Hamilton , D. *et al*. *Default & recovery rates of corporate bond issuers*, Moodys’s

investors service – Global Credit Research, 2004. Disponível em: <http://www.

moodys.com>.

HULL, J. *Options, futures and other derivatives*. 4th Edition. Prentice Hall, 1993.

JAMES, B. R. *Probabilidade: um curso em nível intermediário*. Associação Instituto

Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2a Edição, 2002.

Johnson, R.; Wichern, D. *Applied multivarate statistical analysis*. 5th Edition.

Prentice Hall, 2002.

JORION, P. *Value at risk: the new benchmark for controlling market risk*. Mc Graw

Hill, 1997.

KEALHOFER, S. *Quantifying credit risk II: debt valuation*. AIMR, p.78-92, 2003.

MERTON, R.C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates.

*Journal of Finance*, p. 449-470, 1974.

MINA, J.; XIAO, J. Y. *Return to risk metrics: the evolution of a standard*. Risk Metrics

Group, 2001.

Oliveira , R. D.; Almeida , C. I. R. de. Alocação de carteiras sujeitas a risco de

crédito. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 1, n. 2, p. 301-339, 2003.

SAITO, R.; SHENG, H. H. Determinantes de spread das debêntures no mercado

brasileiro. *Revista de Administração* / Faculdade de Economia, Administração e

Contabilidade da Universidade de São Paulo, v.40, n. 2, p. 193-205, 2005.

SAUNDERS, A.; ALLEN, L. *Credit risk measurement – new approaches to value at*

*risk and other paradigms*. 2nd Edition. John Wiley & Sons, 2002.

SECURATO, J. R. *Uma variação do modelo KMV de crédito para cálculo da probabilidade*

*de default para uma empresa*. Universidade de São Paulo – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – Departamento de Administração, 2003 Disponível em: http://www.ead.fea.usp.br/wpapers

Studer, G. Value at risk and maximum loss optimization. ETHZ, *RiskLab Technical*

*Report*, 1995.

ALTMAN, E. I.; KISHORE, V. M. Almost everything you wanted to know about

recoveries on defaulted bonds. Financial Analysts Journal, CFA Institute, v. 52, n. 6, p. 57–64, 1996.

CARATORI, B. M. Risco soberano e probabilidade de default implícita em swaps de

crédito. 2008.

COLLIN-DUFRESNE, P.; GOLDSTEIN, R.; HUGONNIER, J. A general formula

for valuing defaultable securities. Econometrica, Wiley Online Library, v. 72, n. 5, p.

1377–1407, 2004.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS, S. A. A theory of the term structure of interest

rates. Econometrica, World Scientific, v. 53, n. 2, p. 385–407, 1985.

DIEBOLD, F. X.; LI, C. Forecasting the term structure of government bond yields.

Journal of econometrics, Elsevier, v. 130, n. 2, p. 337–364, 2006.

DUFFIE, D.; LANDO, D. Term structures of credit spreads with incomplete accounting information. Econometrica, JSTOR, p. 633–664, 2001.

DUFFIE, D.; SINGLETON, K. J. Modeling term structures of defaultable bonds. Review of Financial studies, Soc Financial Studies, v. 12, n. 4, p. 687–720, 1999.

FABOZZI, F. J.; MANN, S. V. The handbook of fixed income securities. [S.l.]: McGraw Hill Professional, 2012.

FERNANDEZ, P. R. S. Probabilidade implícita de default em debêntures do mercado

brasileiro. 2014.

GIESECKE, K. Credit risk modeling and valuation: An introduction. Available at SSRN 479323, 2004.

LITTERMAN, R. B.; IBEN, T. Corporate bond valuation and the term structure of

credit spreads. The journal of portfolio management, Institutional Investor Journals,

v. 17, n. 3, p. 52–64, 1991.

MERES, B.; ALMEIDA, C. Extracting default probabilities from sovereign bonds.

Brazilian Review of Econometrics, v. 28, n. 1, p. 77–94, 2008.

MERTON, R. C. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates.

The Journal of Finance, Wiley Online Library, v. 29, n. 2, p. 449–470, 1974.

NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. Parsimonious modeling of yield curves. Journal of

business, JSTOR, p. 473–489, 1987.

SCHÖNBUCHER, P. J. Credit derivatives pricing models: models, pricing and

implementation. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003.

SHAREF, E.; FILIPOVIC, D. Conditions for consistent exponential-polynomial forward rate processes with multiple nontrivial factors. International Journal of Theoretical and Applied Finance, World Scientific, v. 7, n. 06, p. 685–700, 2004.

SHERMAN, M. G.; GIRARDI, G.; LEWIS, C. M. Interconnectedness in the cds market. Vanderbilt Owen Graduate School of Management Research Paper, 2014.